Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Томский политехнический Университет»



Инженерная школа ядерных технологий

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

**Лабораторная работа №4**

по дисциплине:

**Численные методы**

Вариант 14

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Выполнил:** |  | | | | |
| Студент группы | 0В01 |  | Белясов Архип Александрович |
|  |  |  |
| **Проверил:** | Крицкий Олег Леонидович | | | | |
| преподаватель |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  | |

Томск 2022 г.

**Задание:** Найти решение задачи Коши:

Область: *x* ≤ 2, *y* ≤ 4.

**Теоретическая часть:**

**Численное вычисление производных**

Пусть задана сетка значений аргумента , *i* = 0, 1, …, *n*, - шаг.

Рассмотрим разностные функции:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (1) |
|  |  |
| . | (2) |

Докажем, что каждая из них является сеточным аналогом первой производной некоторой функции . В окрестности точки *xi* по формуле многочлена Тейлора имеем:

,

.

Вычислим . Отсюда:

.

Аналогично, . Отсюда:

.

Если нужно повысить точность вычислений первой производной, придется рассмотреть среднее слагаемых и :

.

Учитывая выражения для и , получаем:

.

**Замечание**: принято называть – правой первой разностной производной, – левой первой разностной производной, – цетральной первой разностной производной.

**Разностные схемы решения уравнений в частных производных.**

Основная идея состоит в том, что после замены дифференциального уравнения его конечно-разностной аппроксимацией получаются формулы, явно выражающие значения решения для одного расчетного временного слоя через значения решения на предыдущем временном слое. Таким образом, если известно решение в начальный момент времени, можно шаг за шагом (послойно) найти решение для всех последующих моментов.

Для решения задачи необходимо найти с помощью численных методов значения производных искомой функции в узлах сетки.

Формула для нахождения производной по *x*:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (3) |

где – частная производная по , – значение функции в точке сетки с координатами , – значение функции в точке сетки с координатами – шаг сетки по оси .

Формула для нахождения производной по *y*:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (4) |

где – частная производная по , – значение функции в точке с координатами , – значение функции в точке сетки с координатами – шаг сетки по оси .

**Практическая часть**

Для решения задачи необходимо найти с помощью численных методов значения производных искомой функции в узлах сетки, воспользуемся необходимыми формулами и выразим :

Решим задачу:

clear all

a=2;b=5;c=-1000;d=4;N1=20;N2=20;

h1=(b-a)/N1;h2=(d-c)/N2;

U=zeros(N1+1,N2+1);

y=d;

U(1,1:N1+1)=17;

for m=1:N2+1

U(m,1)=y^2+1;

y=y-1;

end

Y=zeros(N1,1);

X=2;

for x=2+h1:h1:5

X(end+1)=x;

end

Y=c;

for y=c+h2:h2:d

Y(end+1)=y;

end

for j=1:N2

for i=1:N1

U(i+1,j+1)=(U(i,j)-X(i)\*Y(N1+2-j)-Y(N1+2-j)\*((U(i,j)-U(i,j+1))/h2))\*h1/X(i)+U(i,j);

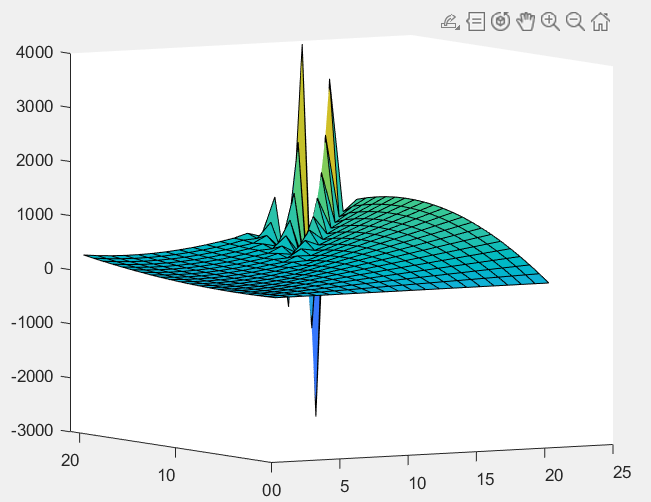
end

end

surface(U)

view(3)

получили



**Вывод:**

В ходе выполнения лабораторной работы был реализован разностный метод нахождения решения задачи Коши для дифференциального уравнения в частных производных.